

# **METOD RUTIRANJE-ZONIRANJE I DIJKSTRA ALGORITAM**

**OPTIMIZACIJA RUTA**

**dr Boban Cvetanović**





## ZADATAK

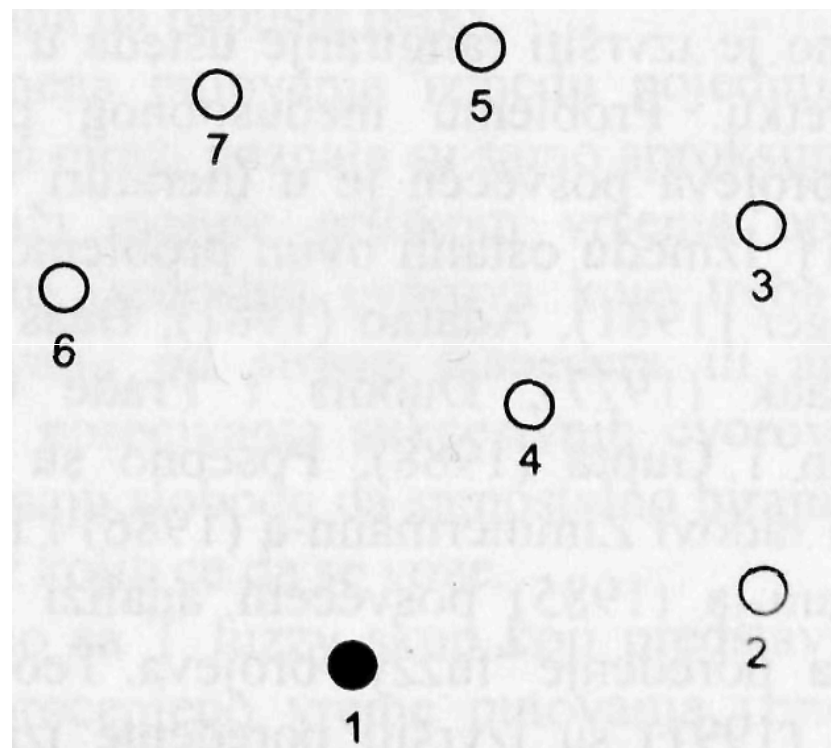
Čvorovi 2, 3, 4, 5, 6 i 7 zahtevaju  
opslugu.

Depo je lociran u čvoru 1.

Kapacitet vozila je  $V = 8$  tona.

Projektovati rute saobraćajnih  
sredstava

primenom “rutiranje-zoniranje”  
pristupa.



## Ulazni podaci

### Zahtev za opslugom

ČVOR	2	3	4	5	6	7
ZAHTEV (t)	2	2	3	7	3	2

## Ulazni podaci

### Distance između čvorova

ČVOR	1	2	3	4	5	6	7
1	-	8	10	9	12	11	10
2	8	-	2	2	6,5	6,5	5,5
3	10	2	-	3	5	6	5
4	9	2	3	-	4	5	4
5	12	6,5	5	4	-	4,5	2,5
6	11	6,5	6	5	4,5	-	2,5
7	10	5,5	5	4	2,5	2,5	-

# REŠENJE

## I KORAK- FORMIRANJE GIGANTSKE RUTE

Koristimo algoritam najbližeg suseda

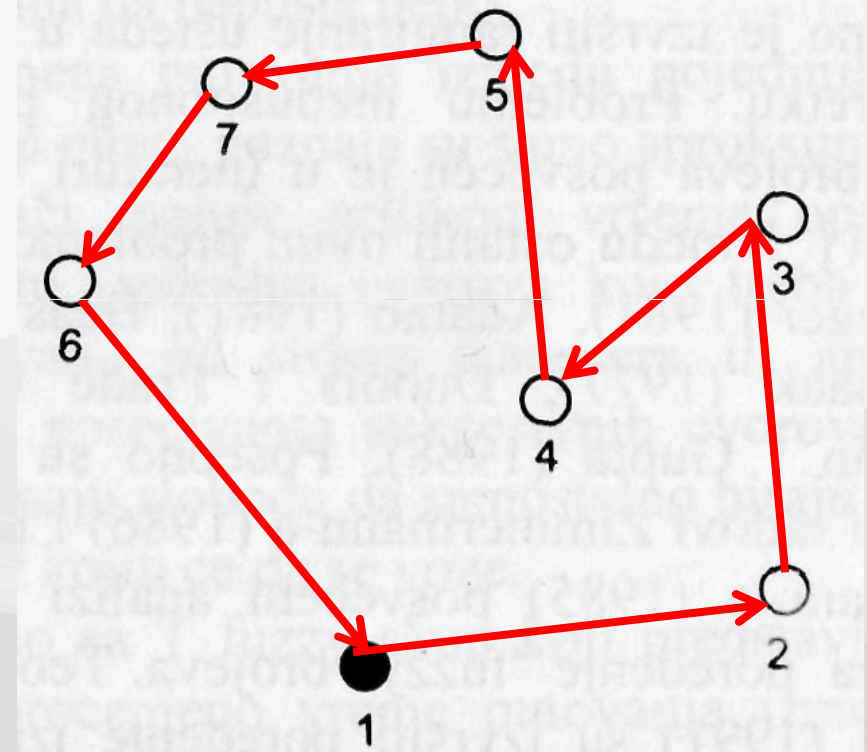
I  $\min(8,10,9,12,11,10) = 8$  (1,2)

II  $\min(2,2,6.5,6.5,5.5) = 2$  (1,2,3)

III  $\min(3,5,6,5) = 3$  (1,2,3,4)

IV  $\min(4,5,4) = 4$  (1,2,3,4,5)

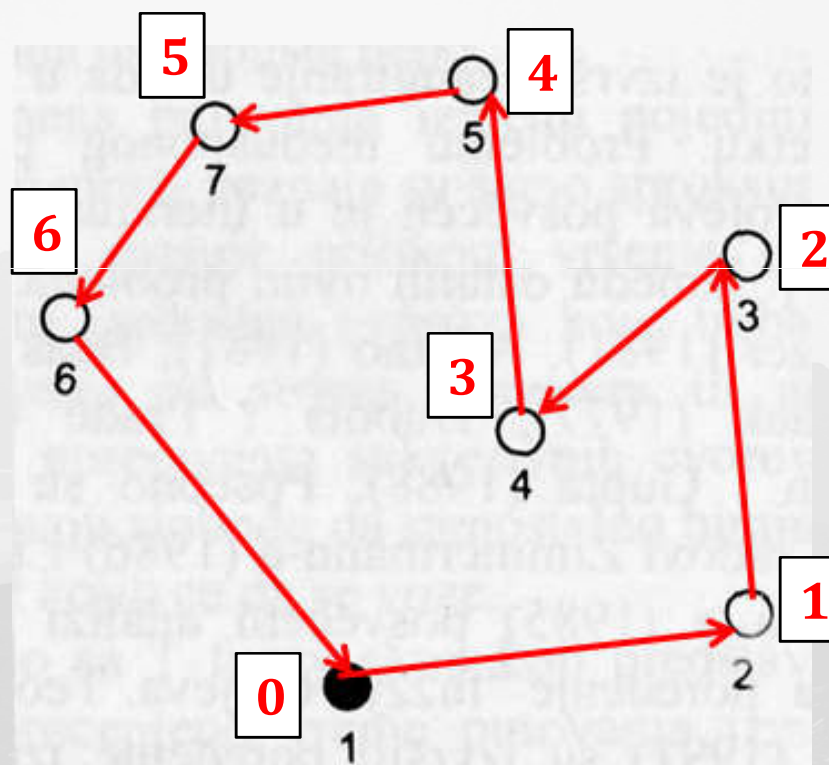
V  $\min(4.5, 2.5) = 2.5$  (1,2,3,4,5,7,6,1)



# REŠENJE

## II KORAK- GIGANTSKA RUTA SA PROMENJENIM OZNAKAMA ČVOROVA

Stara oznaka čvora	Nova oznaka čvora
1	<b>0</b>
2	<b>1</b>
3	<b>2</b>
4	<b>3</b>
5	<b>4</b>
7	<b>5</b>
6	<b>6</b>



**Treći korak: Postavka mogućih manjih ruta na koje može biti podeljena gigantska ruta (za par  $i,j$  ruta je  $0, i+1, i+2, \dots, j, 0$ )**

Par (i,j)	Ruta
(0,1)	(0,1,0)
(0,2)	(0,1,2,0)
(0,3)	(0,1,2,3,0)
(0,4)	(0,1,2,3,4,0)
(0,5)	(0,1,2,3,4,5,0)
(0,6)	(0,1,2,3,4,5,6,0)

## Treći korak: Postavka mogućih ruta

Par (i,j)	Ruta
(1,2)	(0,2,0)
(1,3)	(0, 2,3,0)
(1,4)	(0, 2,3,4,0)
(1,5)	(0,2,3,4,5,0)
(1,6)	(0,2,3,4,5,6,0)



## Treći korak: Postavka mogućih ruta

Par (i,j)	Ruta
(2,3)	(0,3,0)
(2,4)	(0, 3,4,0)
(2,5)	(0, 3,4,5,0)
(2,6)	(0,3,4,5,6,0)

## Treći korak: Postavka mogućih ruta

Par (i,j)	Ruta
(3,4)	(0,4,0)
(3,5)	(0,4,5,0)
(3,6)	(0,4,5,6,0)

## Treći korak: Postavka mogućih ruta

Par (i,j)	Ruta
(4,5)	(0,5,0)
(4,6)	(0, 5,6,0)

## Treći korak: Postavka mogućih ruta

Par (i,j)	Ruta
(5,6)	(0,6,0)



## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

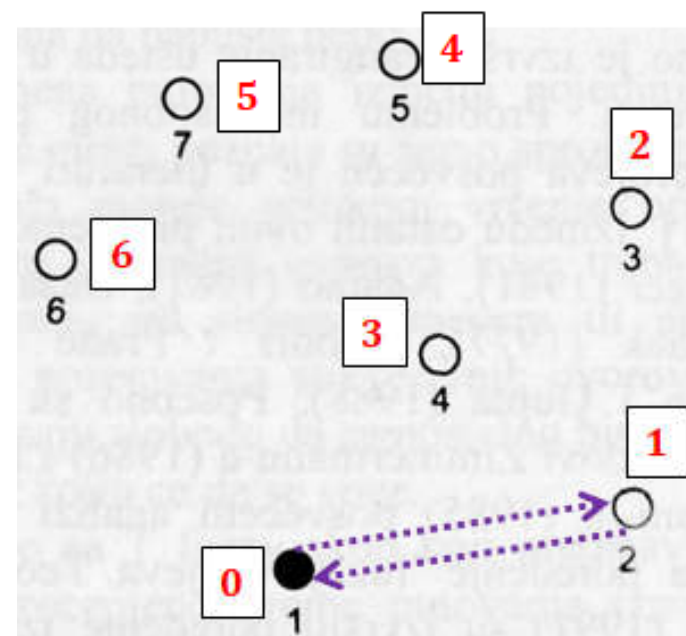
Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij

## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij
0,1	<b>0,1,0</b> (1,2,1)	2 t<8t	<b>DA</b>	<b>16km</b>

ČVOR	1	2	3	4	5	6	7
1	-	8	10	9	12	11	10
2	8	-	2	2	6,5	6,5	5,5
3	10	2	-	3	5	6	5
4	9	2	3	-	4	5	4
5	12	6,5	5	4	-	4,5	2,5
6	11	6,5	6	5	4,5	-	2,5
7	10	5,5	5	4	2,5	2,5	-

ČVOR	2	3	4	5	6	7
ZAHTEV (t)	2	2	3	7	3	2

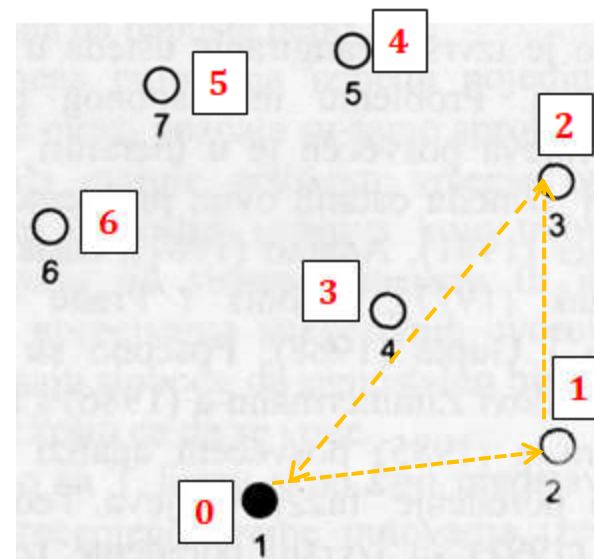


## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij
0,2	<b>0,1,2,0</b> (1,2,3,1)	4 t<8t	<b>DA</b>	<b>20km</b>

ČVOR	1	2	3	4	5	6	7
1	-	8	10	9	12	11	10
2	8	-	2	2	6,5	6,5	5,5
3	10	2	-	3	5	6	5
4	9	2	3	-	4	5	4
5	12	6,5	5	4	-	4,5	2,5
6	11	6,5	6	5	4,5	-	2,5
7	10	5,5	5	4	2,5	2,5	-

ČVOR	2	3	4	5	6	7
ZAHTEV (t)	2	2	3	7	3	2

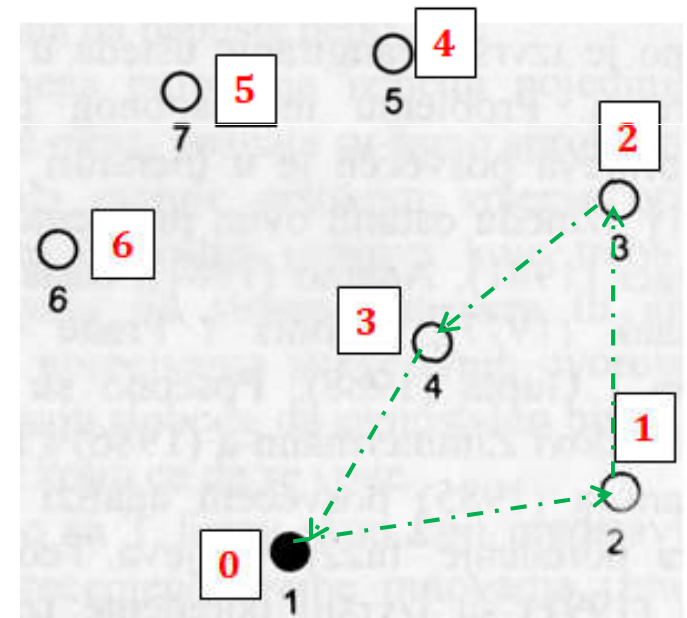


## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij
0,3	<b>0,1,2,3,0</b> (1,2,3,4,1)	$7t < 8t$	<b>DA</b>	<b>22km</b>

ČVOR	1	2	3	4	5	6	7
1	-	8	10	9	12	11	10
2	8	-	2	2	6,5	6,5	5,5
3	10	2	-	3	5	6	5
4	9	2	3	-	4	5	4
5	12	6,5	5	4	-	4,5	2,5
6	11	6,5	6	5	4,5	-	2,5
7	10	5,5	5	4	2,5	2,5	-

ČVOR	2	3	4	5	6	7
ZAHTEV (t)	2	2	3	7	3	2

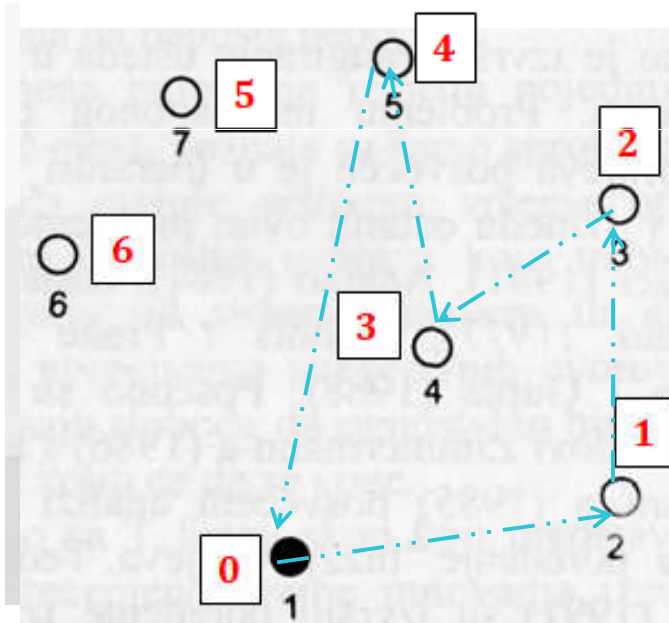




## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij
0,4	<b>0,1,2,3,4,0</b> (1,2,3,4,5,1)	14t>8t	<b>NE</b>	-

ČVOR	2	3	4	5	6	7
ZAHTEV (t)	2	2	3	7	3	2



## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij
0,5	<b>0,1,2,3,4,5,0</b>	16t	<b>NE</b>	-
0,6	<b>0,1,2,3,4,5,6,0</b>	19t	<b>NE</b>	-

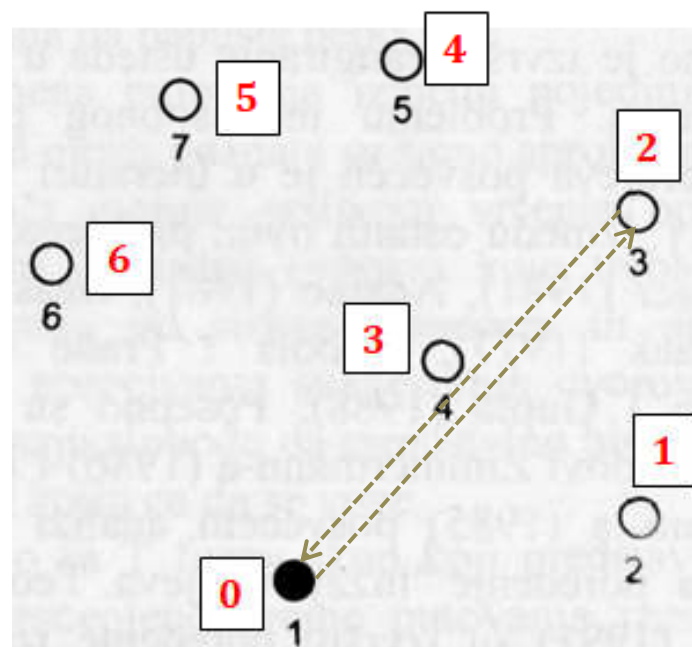


## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij
1,2	<b>0,2,0</b> (1,3,1)	2t<8t	<b>DA</b>	<b>20km</b>

ČVOR	1	2	3	4	5	6	7
1	-	8	10	9	12	11	10
2	8	-	2	2	6,5	6,5	5,5
3	10	2	-	3	5	6	5
4	9	2	3	-	4	5	4
5	12	6,5	5	4	-	4,5	2,5
6	11	6,5	6	5	4,5	-	2,5
7	10	5,5	5	4	2,5	2,5	-

ČVOR	2	3	4	5	6	7
ZAHTEV (t)	2	2	3	7	3	2

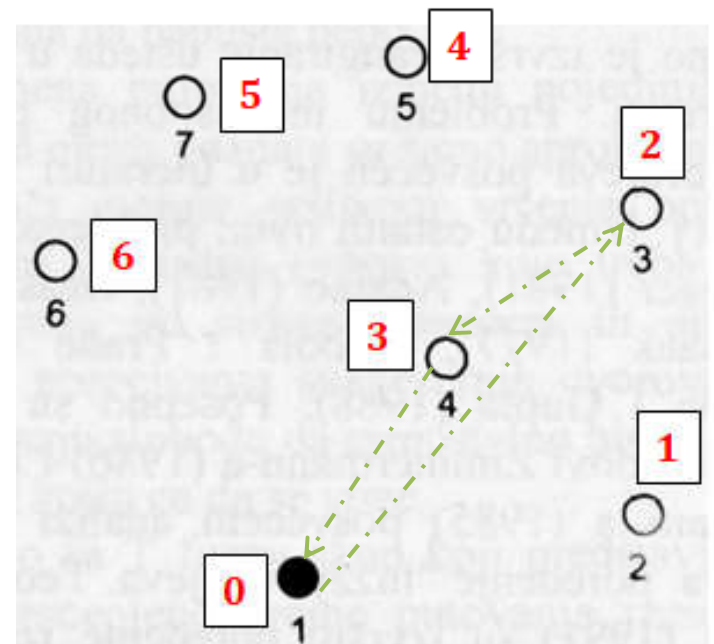


## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij
1,3	<b>0,2,3,0</b> (1,3,4,1)	5t<8t	<b>DA</b>	<b>22km</b>

ČVOR	1	2	3	4	5	6	7
1	-	8	10	9	12	11	10
2	8	-	2	2	6,5	6,5	5,5
3	10	2	-	3	5	6	5
4	9	2	3	-	4	5	4
5	12	6,5	5	4	-	4,5	2,5
6	11	6,5	6	5	4,5	-	2,5
7	10	5,5	5	4	2,5	2,5	-

ČVOR	2	3	4	5	6	7
ZAHTEV (t)	2	2	3	7	3	2

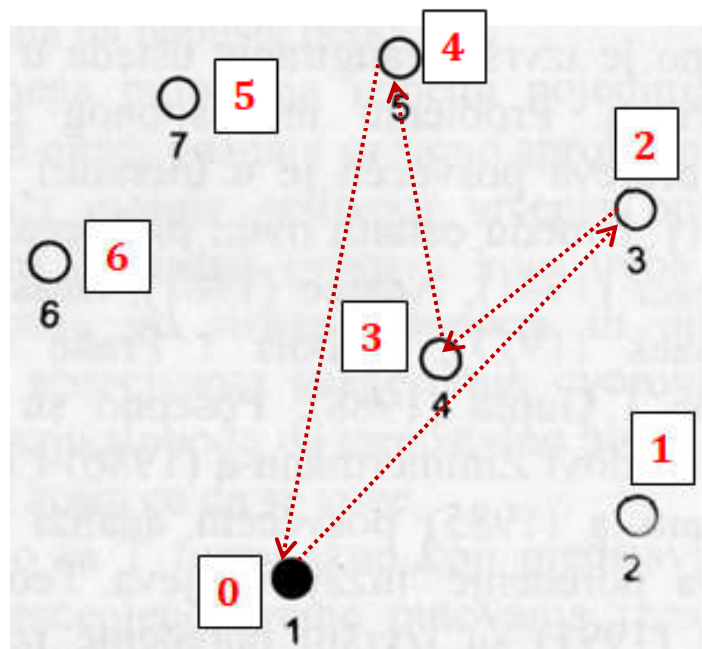


## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij
1,4	<b>0,2,3,4,0</b> (1,3,4,5,1)	12t < 8t	<b>NE</b>	-



ČVOR	2	3	4	5	6	7
ZAHTEV (t)	2	2	3	7	3	2



## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij
1,5	<b>0,2,3,4,5,0</b>	14t	<b>NE</b>	-
1,6	<b>0,2,3,4,5,6,0</b>	17t	<b>NE</b>	-

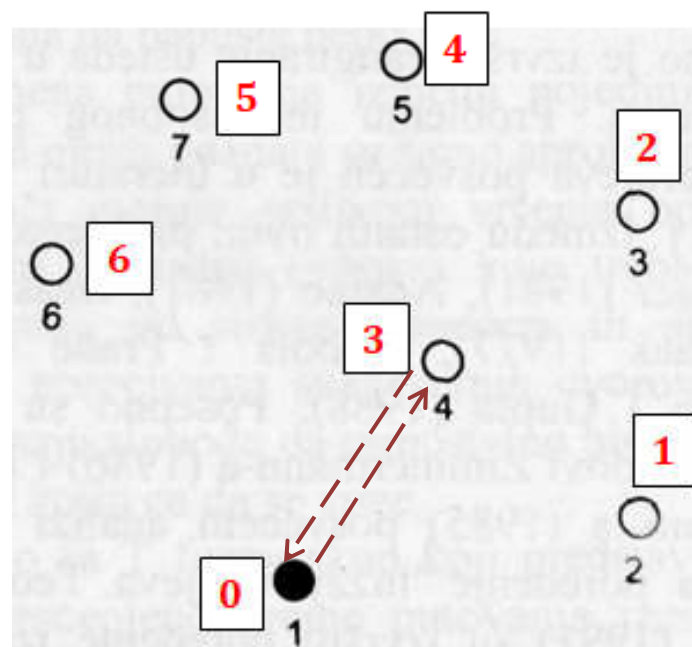


## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij
2,3	<b>0,3,0</b> (1,4,1)	3t<8t	<b>DA</b>	<b>18km</b>

ČVOR	1	2	3	4	5	6	7
1	-	8	10	9	12	11	10
2	8	-	2	2	6,5	6,5	5,5
3	10	2	-	3	5	6	5
4	9	2	3	-	4	5	4
5	12	6,5	5	4	-	4,5	2,5
6	11	6,5	6	5	4,5	-	2,5
7	10	5,5	5	4	2,5	2,5	-

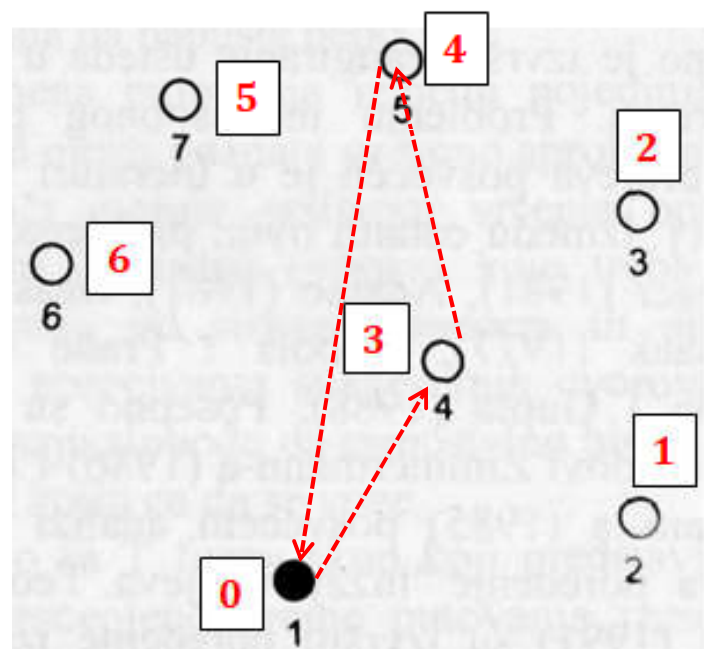
ČVOR	2	3	4	5	6	7
ZAHTEV (t)	2	2	3	7	3	2



## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij
2,4	<b>0,3,4,0</b> (1,4,5,1)	10t>8t	<b>NE</b>	-

ČVOR	2	3	4	5	6	7
ZAHTEV (t)	2	2	3	7	3	2





## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij
2,5	<b>0,3,4,5,0</b>	12t	<b>NE</b>	-
2,6	<b>0,3,4,5,6,0</b>	15t	<b>NE</b>	-

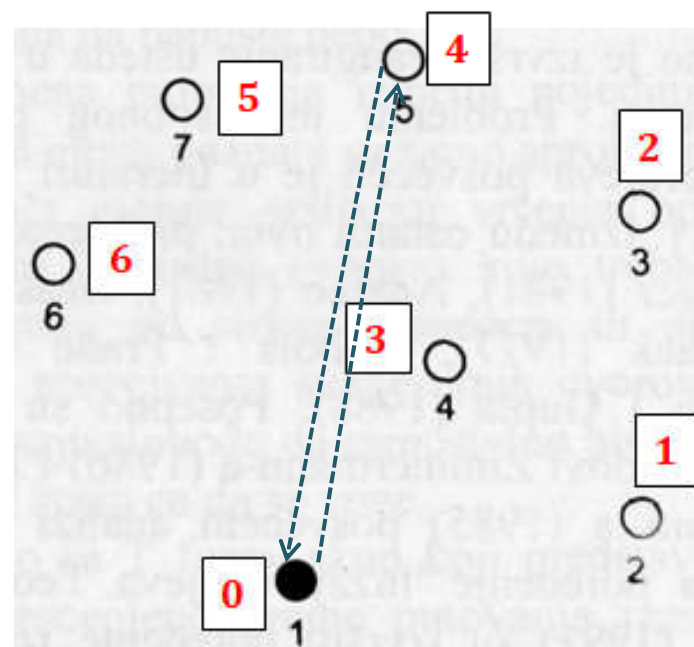


## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij
3,4	<b>0,4,0</b> (1,5,1)	7t<8t	<b>DA</b>	<b>24km</b>

ČVOR	1	2	3	4	5	6	7
1	-	8	10	9	12	11	10
2	8	-	2	2	6,5	6,5	5,5
3	10	2	-	3	5	6	5
4	9	2	3	-	4	5	4
5	12	6,5	5	4	-	4,5	2,5
6	11	6,5	6	5	4,5	-	2,5
7	10	5,5	5	4	2,5	2,5	-

ČVOR	2	3	4	5	6	7
ZAHTEV (t)	2	2	3	7	3	2

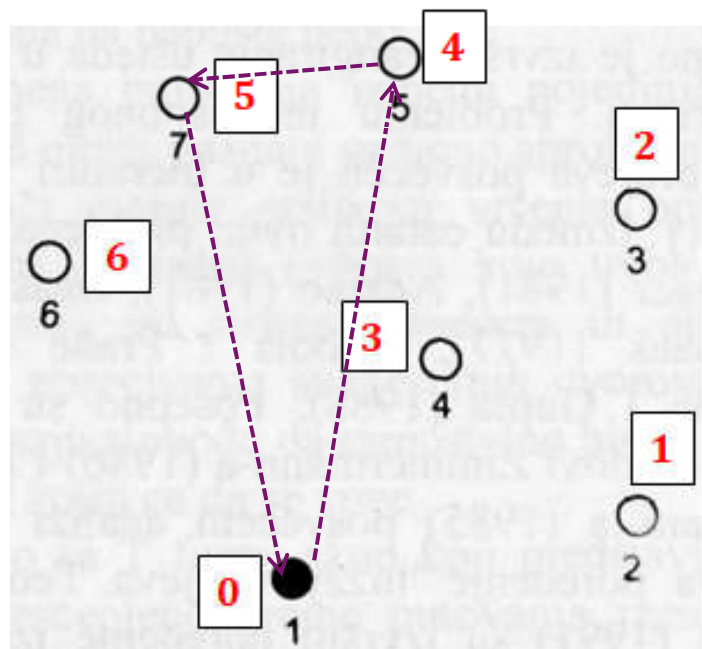


## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij
3,5	<b>0,4,5,0</b> (1,5,7,1)	9t<8t	<b>NE</b>	-



ČVOR	2	3	4	5	6	7
ZAHTEV (t)	2	2	3	<b>7</b>	3	<b>2</b>



## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij
3,6	<b>0,4,5,6,0</b>	12t	<b>NE</b>	-

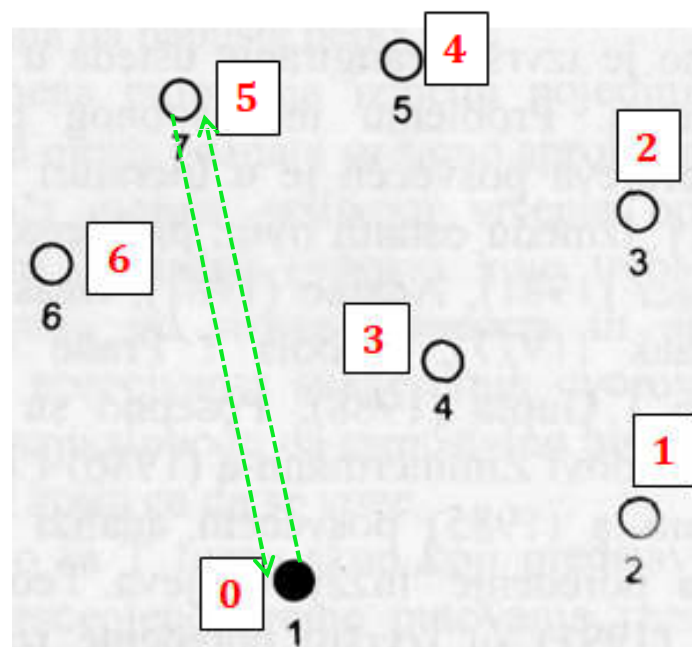


## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij
4,5	<b>0,5,0</b> (1,7,1)	2t<8t	<b>DA</b>	<b>20km</b>

ČVOR	1	2	3	4	5	6	7
1	-	8	10	9	12	11	10
2	8	-	2	2	6,5	6,5	5,5
3	10	2	-	3	5	6	5
4	9	2	3	-	4	5	4
5	12	6,5	5	4	-	4,5	2,5
6	11	6,5	6	5	4,5	-	2,5
7	10	5,5	5	4	2,5	2,5	-

ČVOR	2	3	4	5	6	7
ZAHTEV (t)	2	2	3	7	3	2

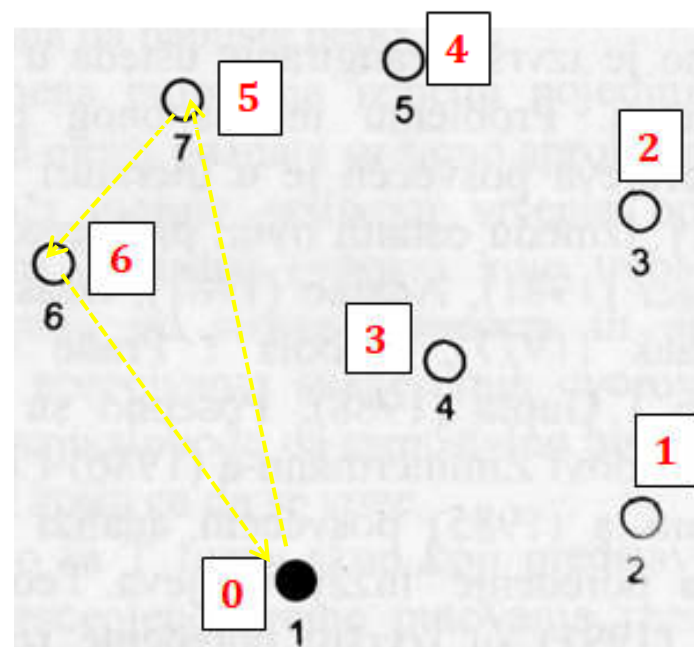


## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij
4,6	<b>0,5,6,0</b> (1,7,6,1)	2t<8t	<b>DA</b>	<b>23,5km</b>

ČVOR	1	2	3	4	5	6	7
1	-	8	10	9	12	11	10
2	8	-	2	2	6,5	6,5	5,5
3	10	2	-	3	5	6	5
4	9	2	3	-	4	5	4
5	12	6,5	5	4	-	4,5	2,5
6	11	6,5	6	5	4,5	-	2,5
7	10	5,5	5	4	2,5	2,5	-

ČVOR	2	3	4	5	6	7
ZAHTEV (t)	2	2	3	7	3	2

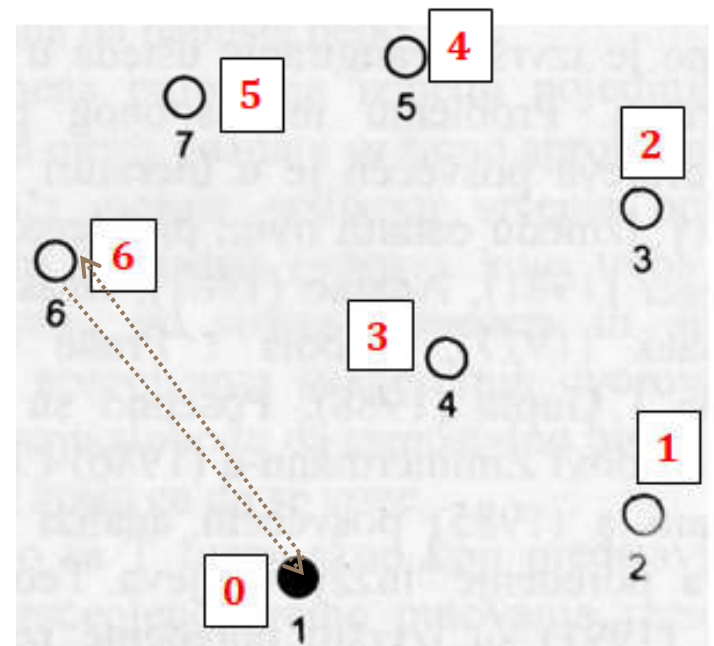


## IV ANALIZA DOPUSTIVOSTI RUTA

Par (i,j)	Ruta	Potražnja	Dopustivost	Rastojanje cij
5,6	<b>0,6,0</b> (1,6,1)	3t<8t	<b>DA</b>	<b>22km</b>

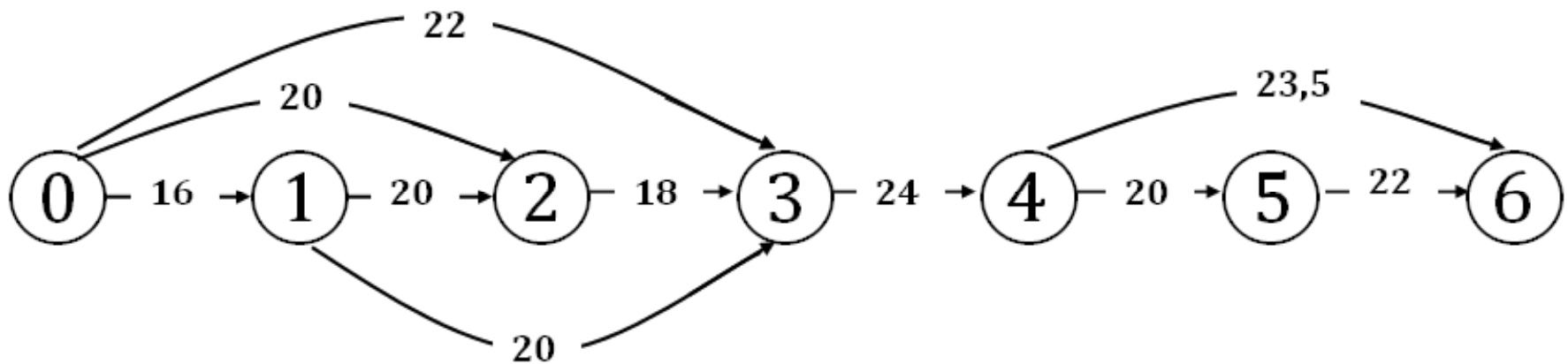
ČVOR	1	2	3	4	5	6	7
1	-	8	10	9	12	11	10
2	8	-	2	2	6,5	6,5	5,5
3	10	2	-	3	5	6	5
4	9	2	3	-	4	5	4
5	12	6,5	5	4	-	4,5	2,5
6	11	6,5	6	5	4,5	-	2,5
7	10	5,5	5	4	2,5	2,5	-

ČVOR	2	3	4	5	6	7
ZAHTEV (t)	2	2	3	7	3	2



## V korak – GRAF

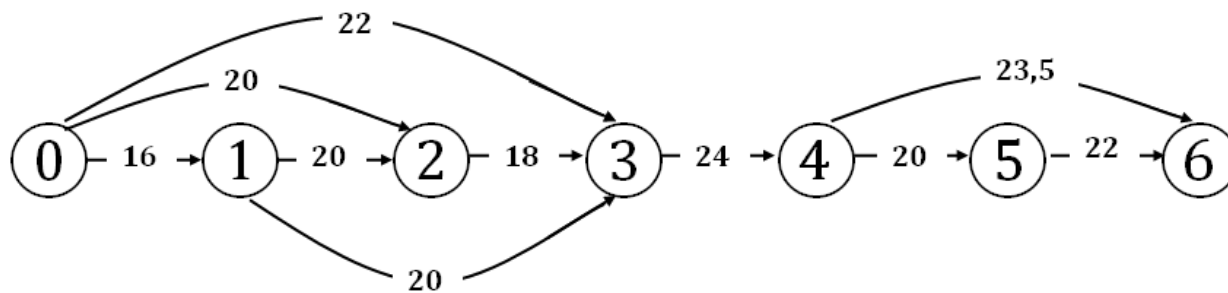
Ubacujemo sve dopustive rute





## VI korak – DIJKSTRA ALGORITAM

	0	1	2	3	4	5	6
0	-	16(0)	20(0)	22(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
1							
2							
3							
4							
5							
6							



## VI korak – DIJKSTRA ALGORITAM

	0	1	2	3	4	5	6
0	-	16(0)	20(0)	22(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
1		<b>16(0)</b>	20(0) < 36(1)	22(0) < 36(1)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2							
3							
4							
5							
6							

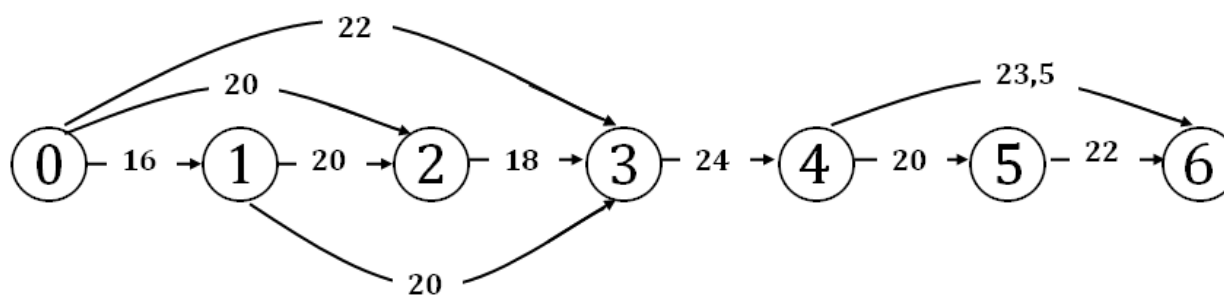
  

```

graph LR
    0((0)) -- 16 --> 1((1))
    0((0)) -- 20 --> 2((2))
    0((0)) -- 22 --> 3((3))
    1((1)) -- 20 --> 2((2))
    1((1)) -- 20 --> 3((3))
    2((2)) -- 18 --> 3((3))
    3((3)) -- 24 --> 4((4))
    4((4)) -- 20 --> 5((5))
    5((5)) -- 22 --> 6((6))
    4((4)) -- 23,5 --> 6((6))
    
```

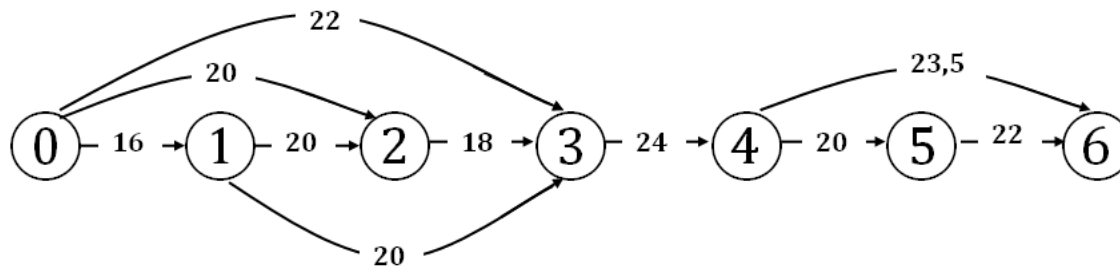
## VI korak – DIJKSTRA ALGORITAM

	0	1	2	3	4	5	6
0	-	16(0)	20(0)	22(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
1		16(0)	20(0) < 36(1)	22(0) < 36(1)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2			<b>20(0)</b>	22(0) < 38(2)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3							
4							
5							
6							

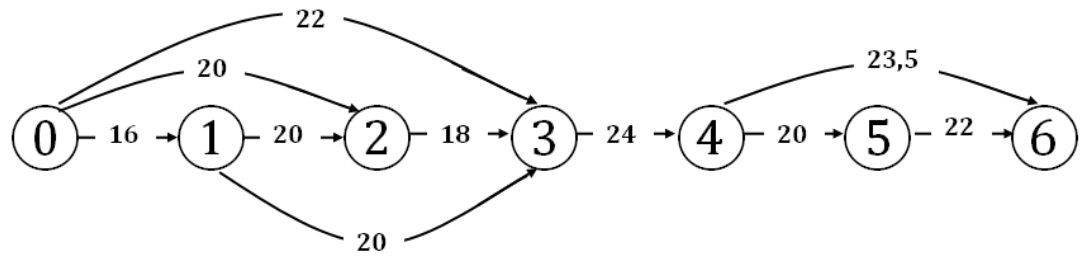


## VI korak – DIJKSTRA ALGORITAM

	0	1	2	3	4	5	6
0	-	16(0)	20(0)	22(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
1		16(0)	20(0) < 36(1)	22(0) < 36(1)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2			20(0)	22(0) < 38(2)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3				<b>22(0)</b>	<b>46(3)</b>	$\infty$	$\infty$
4							
5							
6							

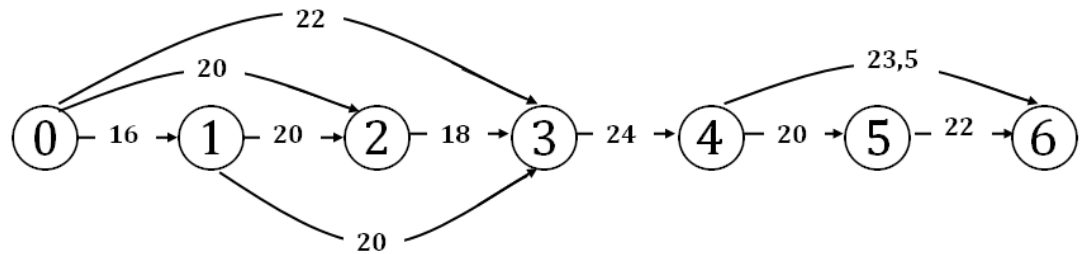


## VI korak – DIJKSTRA ALGORITAM



	0	1	2	3	4	5	6
0	-	16(0)	20(0)	22(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
1		16(0)	20(0) < 36(1)	22(0) < 36(1)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2			20(0)	22(0) < 38(2)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3				22(0)	46(3)	$\infty$	$\infty$
4					<b>46(3)</b>	<b>66(4)</b>	<b>69,5(4)</b>
5							
6							

## VI korak – DIJKSTRA ALGORITAM



	0	1	2				
0	-	16(0)	20(0)	22(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
1		16(0)	20(0) < 36(1)	22(0) < 36(1)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2			20(0)	22(0) < 38(2)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3				22(0)	46(3)	$\infty$	$\infty$
4					46(3)	66(4)	69,5(4)
5						<b>66(4)</b>	<b>69,5(4)</b> <88(5)
6							



Ukupna dužina najkraćeg puta od čvora 0 do čvora 8 je **69,5km.**

	0	1	2	3	4	5	6
0	-	16(0)	20(0)	22(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
1		16(0)	20(0)	22(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
2			20(0)	22(0)	$\infty$	$\infty$	$\infty$
3				22(0)	46(3)	$\infty$	$\infty$
4					46(3)	66(4)	69,5(4)
5						66(4)	69,5(4)
6							69,5(4)

Sada tražimo najkraći put od 0 do 6. Idemo unazad 6,4,3,0 što znači da je **najkraći put od čvora 0 do 6 je put 0,3,4,6.**



## Konačno rešenje zadatka

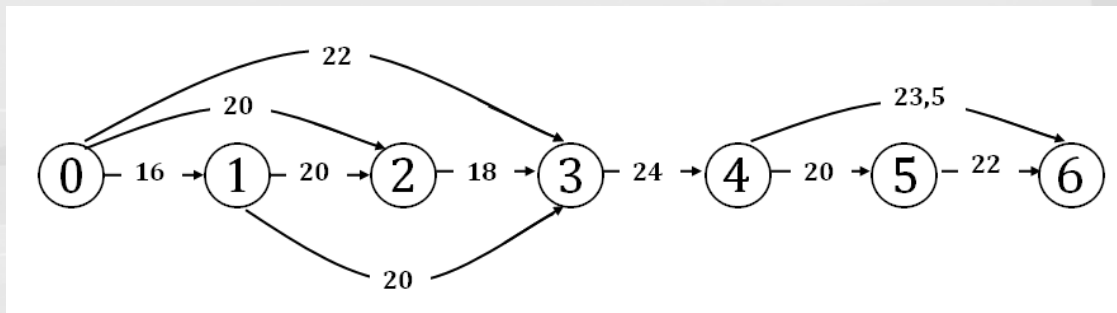
Najkraći put od čvora 0 do 6 je put (0,3,4,6), ukupna dužina najkraćeg puta je 69,5.

Gigantska ruta je podeljena na sledeće dopustive rute

**Od 0 do 3 je ruta 0-1-2-3-0 i iznosi 22km**

**Od 3 do 4 je ruta 0-4-0 i iznosi 24km**

**Od 4 do 6 je ruta 0-5-6-0 i iznosi 23,5km**

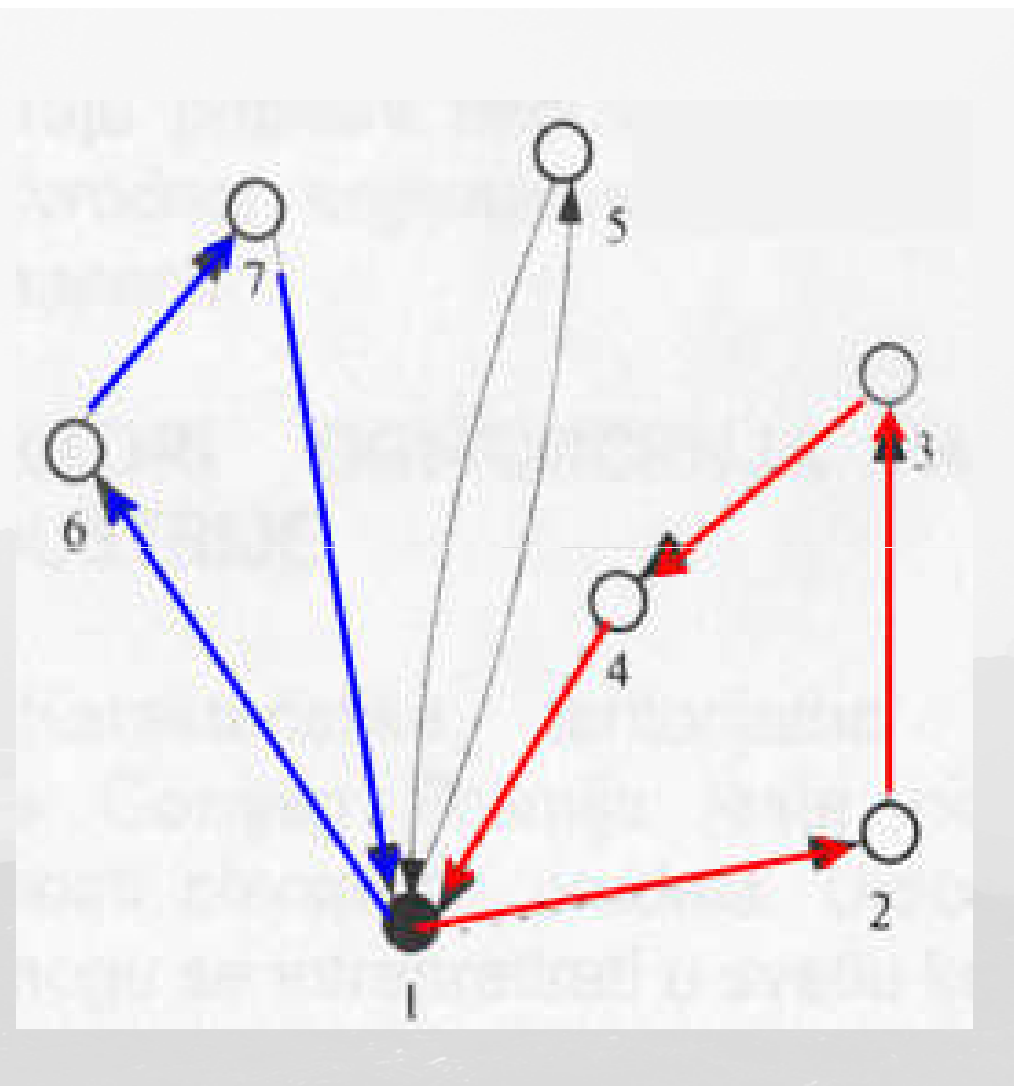


Vraćanjem na stare oznake  
dobijaju se rute

**1-2-3-4-1**

**1-5-1**

**1-6-7-1**



**PITANJA?**

